

Übungsblatt 11: Quadratische Gleichungen

Binomische Formeln:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$$

Quadratische Gleichung

$$a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$$

Normalform

$$x^2 + p \cdot x + q = 0$$

Faktorisierung in Linearfaktoren

$$x^2 + p \cdot x + q = (x - x_1) \cdot (x - x_2)$$

Lösungsformel

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$$

Koeffizienten & Lösungen

$$p = -(x_1 + x_2), q = x_1 \cdot x_2$$

Musterbeispiel

$$3x^2 + 5x = 5$$

Lösung

1. Gleichung so verändern, dass auf der rechten Seite nur die Zahl Null steht

$$3x^2 + 5x - 5 = 0$$

2. Lösen mithilfe der Lösungsformel

$$x_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-5)}}{2 \cdot 3} \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{85}}{6} \Rightarrow x_1 = \frac{-5 + 9,22}{6} = 0,7 \text{ und } x_2 = \frac{-5 - 9,22}{6} = -2,37$$

Lösungsmenge: $L = \{0,7; -2,37\}$



Aufgabe 1

Man bestimme die Lösungsmenge der folgenden Gleichungen:

a) $x^2 + 5x - 204 = 0$

b) $9x^2 - 3x - 2 = 0$

c) $x^2 + 2x + 1 = 0$

d) $2x^2 + 6x + 18 = 0$

e) $x^2 - 3x - 10 = 0$

f) $-5x^2 + 14x + 3 = 0$



Aufgabe 2

Lösen Sie die folgenden Gleichungen nach der Variablen in Klammer:

a) $x^2 - b^2 = 0$ (nach x)

b) $2ax^2 + 2a^2x - 2a + 2a^2 = 0$ (nach x)

c) $a^2 + 2ab - ac = -b^2 + bc$ (nach a)



Aufgabe 3

Man löse die folgenden Gleichungen in \mathbb{R} :

a) $6 + 7c - (2c - 1)^2 = (3 + 2c) \cdot (-2c + 3) + 7c$

b) $(x + 2)^2 - 4(2x + 7) = (x - 3) \cdot (x - 2)$

c) $2 + (x - 3)^2 = (2x - 3) \cdot (x - 2) - (x - 4)^2$

d) $(x + 7) \cdot (x - 4) = (x + 5) \cdot (x - 2)$



Aufgabe 4

Man zerlege die folgenden Terme in Linearfaktoren:

a) $x^2 + 5x - 6$

b) $3x^2 + 15x + 18$

c) $3x^2 + 11x - 20$

d) $-2x^2 - 5x + 3$



Aufgabe 5

Man gebe eine quadratische Gleichung an, die die Lösungen $x = -2$ und $x = 3$ besitzt.



Aufgabe 6

Ein Händler kauft für 1.080,- € Kaffee. Nach einer Preiserhöhung von 1,- € pro kg bekommt er für denselben Betrag 15 kg weniger.

Wie hoch ist der ursprüngliche Preis? Wie viel kg hat der Händler ursprünglich bezogen?



Aufgabe 7

Ein Weinhändler bezieht von einer Winzergenossenschaft jedes Jahr einen größeren Posten Wein zu einem Gesamtpreis von 4.800,- €. In diesem Jahr erhöht der Lieferant allerdings den Preis einer Flasche Wein um 0,64 €. Um auch in diesem Jahr nur 4.800,- € auszugeben, senkt der Weinhändler seine Bestellung um 250 Flaschen. Wie hoch war der ursprüngliche bzw. der jetzige Preis einer Flasche Wein? Wie viele Flaschen wurden vor bzw. nach der Preiserhöhung bestellt?



Aufgabe 8

Der Umsatz eines Unternehmens beträgt 2.000.000,- €. Im nächsten Jahr steigt er um einen bestimmten Prozentsatz und geht im Jahr darauf um denselben Prozentsatz zurück. Nunmehr beträgt der Umsatz 1.990.200,- €. Wie groß ist dieser Prozentsatz?

Lösungen

Aufgabe 1

a) $L = \{-17; 12\}$

b) $L = \{-1/3; 2/3\}$

c) $L = \{-1\}$

d) $L = \{ \}$

e) $L = \{5; -2\}$

f) $L = \{3; -1/5\}$

Aufgabe 2

a) $L = \{-b; b\}$

b) $L = \{1-a; -1\}$

c) $L = \{-b+c; -b\}$

Aufgabe 3

a) $L = \{1\}$

b) $L = \{30\}$

c) $L = \{3\}$

d) $L = \{ \}$

Aufgabe 4

a) $(x + 1) \cdot (x - 6)$

b) $(3x + 6) \cdot (x + 3)$ bzw. $(3x + 9) \cdot (x + 2)$ bzw. $3 \cdot (x + 3) \cdot (x + 2)$

c) $(x + 5) \cdot (3x - 4)$

d) $(-2x + 1) \cdot (x + 3)$

Aufgabe 5

a) $(x + 2)(x - 3) = 0$ bzw. $x^2 - x - 6 = 0$

Aufgabe 6

$p \cdot x = 1080$; $(p+1) \cdot (x-15) = 1080$; Lsg.: $p = 8 \text{ €}$; $x = 135 \text{ kg}$.

Aufgabe 7

$x \cdot y = 4800$, $(x + 0,64) \cdot (y - 250) = 4800$,

Lsg.: 1500 Flaschen zu 3,2 €, 1250 Flaschen zu 3,84 €

Aufgabe 8

$2\,000\,000 \cdot (1+p) \cdot (1-p) = 1\,990\,200$; Lsg.: $p = 7 \%$