

Übungsblatt 3: Terme

Für alle reellen Zahlen a, b, c gelten:

Kommutativgesetz	$a + b = b + a$	$a \cdot b = b \cdot a$
Assoziativgesetz	$a + b + c = (a + b) + c = a + (b + c)$	$a \cdot b \cdot c = (a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$
Distributivgesetz	$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$	
Folgerungen	$-(a + b) = -a - b$	$-(-a - b) = a + b$
	$(a + b) \cdot (c + d) = a \cdot (c + d) + b \cdot (c + d)$	$= a \cdot c + a \cdot d + b \cdot c + b \cdot d$
Binomische Formeln	$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	
	$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	
	$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$	

Musterbeispiel

Stellen Sie den folgenden Term ohne Klammern dar und vereinfachen Sie diesen:

$$(3m + 2n) \cdot (-2m + 4n) - (-2m + 4n) =$$

Lösung

- Auflösen der dritten Klammer
 $(3m + 2n) \cdot (-2m + 4n) + 2m - 4n =$
- Ausmultiplizieren der beiden Klammern
 $(3m \cdot (-2m) + 3m \cdot 4n + 2n \cdot (-2m) + 2n \cdot 4n) + 2m - 4n =$
 $(-6m^2 + 12mn - 4mn + 8n^2) + 2m - 4n$
- Zusammenfassen der gleichen Ausdrücke
 $(-6m^2 + 12mn - 4mn + 8n^2) + 2m - 4n =$
 $(-6m^2 + 8mn + 8n^2) + 2m - 4n =$
 $-6m^2 + 8mn + 8n^2 + 2m - 4n$

Aufgabe 1

Stellen Sie die folgenden Terme ohne Klammern dar und vereinfachen Sie diese:

- a) $3 \cdot (-5) - (-4) \cdot (-2 - 7) + (-1) \cdot (2 - 3) =$ b) $2z - (x - (y + x - (z + x))) - z =$
c) $(-2a) \cdot (4b) \cdot (-3c) + (-b) \cdot (3a) \cdot (-5c) - (-2c) \cdot (-3a) \cdot (-b) =$
d) $z \cdot (-2x - 6y) - 5y \cdot (7x - 5z) + 4x \cdot (2y - z) - 3z \cdot (-4x + 7y) =$

Aufgabe 2

Formen Sie die folgenden Terme durch Ausmultiplizieren um:

- a) $(3a + 2b) \cdot z + 2a \cdot (c + z) =$ b) $2z \cdot (3a + 5b) =$
c) $5 \cdot (a + 2b) \cdot z + 3a \cdot (b - 1) =$ d) $(3x - 5y) \cdot 3 - 2y \cdot (2x - 5) \cdot 4 =$

Aufgabe 3

Stellen Sie die folgenden Terme klammerfrei dar und vereinfachen Sie sie:

- a) $(4x + 3y)^2 =$ b) $(-3a - 2b)^2 =$ c) $6a^3 \cdot (a + 3b + 2c) =$
d) $(a + 3b) \cdot (-2a + 4b) =$ e) $(a + b - c) \cdot (a - b + c) =$
f) $(2 - x + y) \cdot (y - 3) \cdot (2x + 2) =$ g) $(u - 2v) \cdot (-u + 2v) - (3u - (2v + 4u)) \cdot (3u + (2v + 4u)) =$

Aufgabe 4

Heben Sie aus den folgenden Termen den größten gemeinsamen Faktor heraus:

- a) $8a^2b^2 + 2a^3b =$ b) $7ab^2x + 21bx =$
c) $24x^2yz + 16xy^2z^2 =$ d) $24ab^2c + 21a^2b^2c^2 + 30abc^2 =$

Probe: Setzen Sie für $a = 1, b = 2, c = 1, x = 1, y = 2, z = 3$ ein.

Aufgabe 5

Stellen Sie die folgenden Terme als Binome oder als Produkt von Binomen dar:

- a) $9a^2 + 24ax + 16x^2 =$ b) $4y^2 - 20xy + 25x^2 =$ c) $16 - 36b^2 =$

d) $-25a^2 + 4b^2 =$ e) $-x^2 - 6xy - 9y^2 =$ f) $6au - 2av + 6bu - 2bv =$

Aufgabe 6

Ergänzen Sie zu Quadraten:

a) $9a^2 + 24ab + \dots = (\dots + \dots)^2$ b) $4x^2 - 20xu + \dots = (\dots - \dots)^2$

Terme mit Brüchen

Musterbeispiel

Kürzen und Vereinfachen von Bruchtermen: $\frac{x^3 - 4x^2 + 4x}{x^4 - 4x^2} =$

Lösung

1. Vereinfachen des Zählers $x^3 - 4x^2 + 4x$
 Herausheben von x: $x \cdot (x^2 - 4x + 4)$
 Zerlegung in Binome: $x \cdot (x - 2) \cdot (x - 2) = x \cdot (x - 2)^2$
2. Vereinfachen des Nenners $x^4 - 4x^2$
 Herausheben von x^2 : $x^2 \cdot (x^2 - 4)$
 Zerlegung in Binome: $x^2 \cdot (x - 2) \cdot (x + 2)$
3. Kürzen:

$$\frac{x \cdot (x - 2) \cdot (x - 2)}{x^2 \cdot (x + 2) \cdot (x - 2)} = \frac{x \cdot (x - 2) \cdot \cancel{(x - 2)}}{x \cdot x \cdot (x + 2) \cdot \cancel{(x - 2)}} = \frac{(x - 2)}{x \cdot (x + 2)}$$

Aufgabe 7

Kürzen Sie und vereinfachen Sie die folgenden Terme:

a) $\frac{p^2 - 5p}{p^3} =$ b) $\frac{16a^2 - 25}{8a + 10} =$ c) $\frac{x^2 - 49}{x^2 - 8x + 7} =$ d) $\frac{10a^4 - 10a^2}{5a^3 - 10a^2 + 5a} =$

Aufgabe 8

Vereinfachen Sie die folgenden Doppelbrüche:

a) $\frac{\frac{10a}{5b}}{\frac{3a}{9b}} =$ b) $\frac{\frac{2u - 4w}{6u}}{\frac{3w}{u}} =$ c) $\frac{\frac{n^2 - 9}{8}}{\frac{2n - 6}{4}} =$ d) $\frac{\frac{x^3 - x}{x}}{\frac{5x + 5}{10}} =$

e) $\frac{\frac{a^2 - 2}{2b + 4}}{\frac{a + 1}{b^2 - 4}} =$ f) $\frac{\frac{x^2 + y^2}{x^2}}{\frac{y^2}{x^2 \cdot y^2}} =$

Aufgabe 9

Stellen Sie die folgenden Terme mit nur einem Bruchstrich dar und geben Sie für jeden Term die größtmögliche Definitionsmenge an:

a) $\frac{8a^3 - 4a^4}{9b - 6b^2} \cdot \frac{2b - 3}{8a^2 - 2a^4} =$ b) $\frac{3a^2b - 3ab^2}{9x^2 - 9y^2} \div \frac{a - b}{9y - 9x} =$

c) $\frac{5a - 4b}{6b} - \frac{5a - 6b}{3b} + 2b =$ d) $\frac{4x}{x^2 + 6x + 9} + \frac{3x}{x^2 - 6x + 9} - \frac{5x}{x^2 - 9} =$

größter gemeinsamer Teiler, kleinstes gemeinsames Vielfaches

Musterbeispiel

Dividieren Sie die folgenden Terme:
 $(4m^2 + 6m^2n + 2mn - 2m) : 2m =$

Lösung

$(4m^2 + 6m^2n + 2mn - 2m) : 2m = 2m + 3mn + n - 1$

Algorithmen zum ggT und kgV: siehe Moodle

Aufgabe 10



Bilden Sie ggT und kgV von

- a) 18, 42, 72 b) 33, 81, 243 c) 120, 126 d) 180, 504

Aufgabe 11



Dividieren Sie die folgenden Terme:

- a) $(12uv - 18uw + 6ux):3u =$ b) $(-25ab + 15a^2 + 5ab^2):5a =$
c) $(-2a^2bc^2 - 2a^2c^2 + 6ab^2c^3):(-2ac^2) =$ d) $(16xy - 24y^2 + 8x^2z - 12xyz):(4xz + 8y) =$

Aufgabe 12



Bilden Sie den g.g.T. und das k.g.V. folgender Terme:

- a) (25uvw, 15uvx, 35vwx) b) $(24 \cdot (a+c) \cdot d, 36 \cdot (a+c) \cdot (b+e) \cdot d, 9d \cdot (a+c))$

Lösungen

Aufgabe 1

- a) -50 b) $-x + y + 2z$ c) $45abc$ d) $-27xy + 6xz - 2yz$

Aufgabe 2

- a) $5az + 2bz + 2ac$ b) $6az + 10bz$ c) $-3a + 3ab + 5az + 10bz$ d) $9x - 16xy + 25y$

Aufgabe 3

- a) $16x^2 + 24xy + 9y^2$ b) $9a^2 + 12ab + 4b^2$ c) $6a^4 + 18a^3b + 12a^3c$
d) $-2a^2 - 2ab + 12b^2$ e) $a^2 - b^2 - c^2 + 2bc$
f) $6x^2 + 2y^2 - 2x^2y + 2xy^2 - 4xy - 6x - 2y - 12$ g) $6u^2 + 20uv$

Aufgabe 4

- a) $2a^2b(4b + a)$ b) $7bx(ab + 3)$ c) $8xyz(3x + 2yz)$ d) $3abc(8b + 7abc + 10c)$

Aufgabe 5

- a) $(3a + 4x)^2$ b) $(2y - 5x)^2$ c) $(4 - 6b) \cdot (4 + 6b)$
d) $(5a + 2b) \cdot (-5a + 2b)$ e) $-(x + 3y)^2$ f) $2 \cdot (a + b) \cdot (3u - v)$

Aufgabe 6

- a) $(3a + 4b)^2$ b) $(2x - 5u)^2$

Aufgabe 7

- a) $\frac{p-5}{p^2}$ b) $\frac{4a-5}{2}$ c) $\frac{x+7}{x-1}$ d) $\frac{2a(a+1)}{a-1}$

Aufgabe 8

- a) 6 b) $\frac{u-2w}{9w}$ c) $\frac{n+3}{4}$ d) $2(x-1)$ e) $\frac{(a^2-2)(b-2)}{2(a+1)}$
f) $x^2 + y^2$

Aufgabe 9

- a) $\frac{-2a}{3b(2+a)}$ b) $\frac{-3ab}{x+y}$ c) $(-5b + 8b + 12b^2)/6b$

Aufgabe 10

- a) 6 und 504 b) 3 und 2673 c) 6 und 2520 d) 36 und 2520

Aufgabe 11

- a) $4v - 6w + 2x$ b) $-5a + 3a + b^2$ c) $(ab + a - 3b^2c)$ d) $2x - 3y$

Aufgabe 12

- a) $5vx$ und $525uvwx$ b) $3(a + c)$ und $72d(a + c)(b + e)$