

Übungsblatt 8: Lineare Gleichungssysteme

Musterbeispiel

$$\begin{aligned} 5x - 3y &= 3 & \text{(I)} \\ x + 2y &= -2 & \text{(II)} \end{aligned}$$

Lösung

Definitionsmenge: $D = \{(x,y) \mid x \in \mathbb{R} \text{ und } y \in \mathbb{R}\}$

Wahl des Verfahrens: Gauß'sche Eliminationsverfahren

1. Multiplikation der Gleichung II mit 5 (Ziel: x mit selben Koeffizienten)

$$x + 2y = -2 \quad | \cdot 5$$

$$(x + 2y) \cdot 5 = -2 \cdot 5 \Rightarrow 5x + 10y = -10$$

2. Subtraktion der Gleichung II von Gleichung I

$$5x - 3y = 3$$

$$5x + 10y = -10$$

$$\hline 5x - 5x - 3y - 10y = 3 - (-10) \Rightarrow -13y = +13 \quad \text{(III)}$$

3. Lösen der Gleichung III nach y

$$y = -1$$

4. Einsetzen den Wert für y in Gleichung II (oder I) und nach x lösen

$$x + 2 \cdot (-1) = -2 \Rightarrow x - 2 = -2 \Rightarrow x = 0$$

5. Kontrolle: Einsetzen in Gleichung I (oder II)

$$5 \cdot 0 - 3 \cdot (-1) = 3$$

Lösungsmenge: $L = \{(0,-1)\}$

Aufgabe 1

Lösen Sie die folgenden Gleichungssysteme in \square^2 :

a) $5x - 3y = 1$

b) $6a - 3b + 9 = 0$

c) $4x - y = 5$

$3x + 2y = 12$

$6a - 10b = -16$

$x + y = 10$

d) $z - 2y = 0$

e) $x - 2y = 3$

f) $r + 2s = 5$

$5y - 3z + 9 = 4$

$-2x + 4y = -6$

$2r + 4s = 9$

Aufgabe 2

Lösen Sie die folgenden Gleichungssysteme in \square^3 :

a) $x - y + 2z = 3$

b) $3x - y + 4z = 8$

$3x - 2y + z = 2$

$x + y - 3z = 1$

$3x + y - z = -6$


$4x - 5y + 2z = 0$

Aufgabe 3

Eine Leuchtmittelfabrik produziert eine Glühlampe zu variablen Stückkosten zu 0,30 GE. Monatlich entstehen Fixkosten von 26.320,- GE. Auf dem Markt wird ein Stückpreis von 1,- GE erzielt.


Mit welcher Absatzmenge erreicht diese Fabrik den Break Even Point? (Hinweis: Am Break Even Point ist der Erlös gleich den Gesamtkosten.)

Aufgabe 4

 Eine Geschenkpackung enthält 3 Flaschen Rasierwasser, 4 Flaschen Parfum und kostet 52,- €. Eine andere Packung enthält 4 Flaschen desselben Rasierwassers, 3 Flaschen desselben Parfums und kostet 50,90 €.


Wie viel kostet eine Flasche Rasierwasser und wie viel eine Flasche Parfum?

Aufgabe 5

 Zwei Gefäße enthalten ungleich viel Wasser. Aus dem ersten Gefäß wird so viel Wasser in das zweite gegossen, wie schon drinnen ist. Hierauf gießt man vom zweiten Gefäß so viel in das erste, wie in ihm verblieben ist. Führt man diesen Vorgang ein drittes und ein viertes Mal durch, so sind in jedem Gefäß 16 Liter Wasser.


Wie viel Wasser war am Anfang in jedem der beiden Gefäße?

Aufgabe 6


 Im Casino soll die Summe von 1.790,- € in 20,- € und 50,- € Jetons ausbezahlt werden. Insgesamt sollen 40 Jetons ausgegeben werden.

Wie viele 20,- € und 50,- € Jetons werden ausgehändigt?

Aufgabe 7

 In einem Lager befinden sich 6 000 Schrauben, von denen ein Teil zu 0,05 € und ein Teil zu 0,08 € pro Stück eingekauft wurde. Die Schrauben werden zu 0,07 € pro Stück weiterverrechnet. Bei welchen Mengen von den 0,05 €-Schrauben bzw. von den 0,08 €-Schrauben werden durch diesen Verrechnungspreis die Einkaufspreise vollständig weiterverrechnet?

Aufgabe 8

 Gibt A von dem Geld, das er in der Tasche hat, an B 2 €, so hat B dreimal so viel wie A. Gibt B an A 3 €, so hat A dreimal so viel wie B.

Wie viel Geld hat jeder?

Lösungen

Aufgabe 1

a) $L = \{(2;3)\}$ b) $L = \{(-1;1)\}$ c) $L = \{(3;7)\}$ d) $L = \{(5;10)\}$ e) $L = \mathbb{R}^2$ f) $L = \{\}$

Aufgabe 2

a) $L = \{(-1;-2;1)\}$ b) $L = \{(2;2;1)\}$

Aufgabe 3

$x = 37\,600$

Aufgabe 4

$3x + 4y = 52, 4x + 3y = 50,9; L = \{(6.8;7.9)\}$

Aufgabe 5

$6x - 10y = 16, -5x + 11y = 16; L = \{(21;11)\}$

Aufgabe 6

$L = \{(7,33)\}$

Aufgabe 7

$x + y = 6000; (0,07-0,05) \cdot x + (0,07-0,08) \cdot y = 0$
 $L = \{2\,000, 4\,000\}$

Aufgabe 8

$3 \cdot (x - 2) = y + 2; x + 3 = 3 \cdot (y - 3)$
 $L = \{(4,5; 5,5)\}$