

Übungsblatt 4: Prozentrechnung

Prozentsatz $p\% = \frac{p}{100}$

Beispiel: $5\% = 5/100 = 0,05$

Prozentwert $\text{Prozent} = \frac{\text{Anteil}}{\text{Grundwert}}$

Beispiel: Wie viel Prozent machen 20 Stück von einer Gesamtanzahl von 80 Stück aus?

Anteil ... 20 Stück

Grundwert ... 80 Stück $\Rightarrow 20/80 = 0,25 = 25\%$

Steigerungsrate $q = 1 + p$

Beispiel: Der Umsatz einer Firma hat sich von 2006 auf 2007 um 5% gesteigert.

(a) Wie hoch ist die Steigerungsrate?

$q = 1 + 0,05 = 1,05$

(b) Wenn der Umsatz 2006 5 Mio ausmachte, wie hoch ist der Umsatz im Jahr 2007

Umsatz 2007 = 5 Mio $\cdot 1,05 = 5,25$ Mio

Durchschnittliche Steigerung über n Jahre $\bar{q} = \sqrt[n]{q_1 \cdot q_2 \cdot \dots \cdot q_n}$

Beispiel: Der Umsatz einer Firma hat sich von 2006 auf 2007 um 5%, von 2007 auf 2008 um 9,6% und von 2008 auf 2009 um 7,3% gesteigert. Wie hoch ist die durchschnittliche jährliche Steigerung?

$n = 3, q_1 = 1 + 0,05, q_2 = 1 + 0,096, q_3 = 1 + 0,073$

$\bar{q} = \sqrt[3]{1,05 \cdot 1,096 \cdot 1,073} = 1,0728 \Rightarrow \bar{p} = \bar{q} - 1 = 1,0728 - 1 = 0,0728 = 7,28\%$

Musterbeispiel

Ein Lieferant gewährt bei Barzahlung 2½% Skonto. Wie hoch ist der nachgelassene Betrag, wenn der Rechnungsbetrag 256,30€ ausmacht?

Lösung

Gesucht: Anteil = x

Gegeben: Prozentsatz = 2,5% = 0,025; Grundwert = 256,30

$0,025 = \frac{x}{256,3} \Rightarrow 0,025 \cdot 256,3 = x \Rightarrow x = 6,4075\text{€}$

Aufgabe 1

Ein Artikel wird mit 55,90€ eingekauft und mit 77,90€ ausgezeichnet. Wie viel Prozent beträgt der Aufschlag?

Aufgabe 2

Für einen Schreibtisch, der mit 237,90€ bezahlt wurde, konnten 8,5% Rabatt ausgehandelt werden. Wie teuer war er ursprünglich?

Aufgabe 3

Die Miete einer Wohnung beträgt nach einer Mieterhöhung um 8% 459 €. Wie hoch war die bisherige Miete?

Aufgabe 4

 Beim Kauf eines Kraftfahrzeuges wird 7% Rabatt gewährt. Auf diesen verminderten Betrag wird nochmals 3½% Skonto zugebilligt. Der Kunde zahlt schließlich 8.615,52€. Wie teuer war das Kraftfahrzeug?

Aufgabe 5

 Nach Abzug von 13% Personalrabatt, Aufschlag von 20% MWSt. und Abzug von 3% Skonto zahlt der Kunde 759,51€. Wie hoch war der Warenwert vor Berücksichtigung aller Zu- und Abschläge?

Aufgabe 6

 Beim Kauf eines Buches mit dem Preis 136,50 € wurde fälschlicherweise 20% anstatt der 10% MWSt. verrechnet. Wie viel muss der Buchhändler zurückgeben?

Aufgabe 7

 Die Gehälter für Wissenschaftler lagen 2007 um 24% höher als 2002 und um 37% höher als 1999. Um wie viel Prozent lagen die Gehälter für Wirtschaftswissenschaftler 2002 höher als 1999? Um wie viel Prozent waren die Gehälter in den Jahren 1999 bis 2007 durchschnittlich gegenüber dem jeweiligen Vorjahr gestiegen?

Aufgabe 8

 Der Preis für Benzin (in €/l) erhöht sich ab sofort um 12,4%.

Ihr Auto verbraucht durchschnittlich 7 l Benzin pro 100 km. Um wie viel Prozent müssen Sie Ihre bisherige durchschnittliche Fahrleistung (in km/Jahr) verringern (oder vermehren), damit sich Ihre Ausgaben (in €/Jahr) für Benzin auch zukünftig nicht ändern?

Aufgabe 9

 In der unten stehenden Tabelle finden Sie eine Aufstellung der (geschätzten) Ausgaben des Bundes für Forschung & Entwicklung in Österreich (in Mio €) sowie deren Anteil an den Gesamtausgaben.

| Jahr | Ausgaben Bund (Mio €) | in % der Gesamtausgaben |
|------|--------------------------|----------------------------|
| 2003 | 1.394 | 27,7% |
| 2004 | 1.462 | 27,9% |
| 2005 | 1.764 | 29,6% |
| 2006 | 1.881 | 29,3% |
| 2007 | 2.039 | 29,4% |
| 2008 | 2.221 | 29,6% |

a) Angenommen, die Ausgaben entwickeln sich prozentuell im Durchschnitt der Jahre von 2003 bis 2008. Wie hoch (in Mio €) werden die Ausgaben im Jahr 2020 sein?

b) Um wie viel Prozent pro Jahr (bezogen auf das Vorjahr) haben sich die Gesamtausgaben für Forschung & Entwicklung in Österreich von 2004 (d.h. Basisjahr 2003) bis 2008 durchschnittlich verändert?

Lösungen

Aufgabe 1

39,36%

Aufgabe 2

260 €

Aufgabe 3

425 €

Aufgabe 4

9600 €

Aufgabe 5

750 €

Aufgabe 6

11,375 €

Aufgabe 7

10,48%; 4,01%

Aufgabe 8

Es muss gelten: neue Ausgaben = alte Ausgaben

alte Ausgaben für Benzin = $\text{km} \cdot 7/100 \cdot 1$

neue Ausgaben für Benzin = $\text{km} \cdot x \cdot 7/100 \cdot 1,124$ wobei x der unbekannte Prozentsatz ist

$\text{km} \cdot 7/100 \cdot 1 = \text{km} \cdot x \cdot 7/100 \cdot 1,124 \Rightarrow x = 1/1,124 \Rightarrow x = 0,8897$

D.h. um ca. 11% ($= 1 - 0,8897$) muss die Anzahl der Kilometer pro Jahr verringert werden, damit die Ausgaben (in €/Jahr) trotz Benzinpreiserhöhung gleich bleiben.

Aufgabe 9

a) $\sqrt[5]{\frac{2.221}{1.394}} = 1,0976 \Rightarrow 2.221 \cdot 1,098^{12} = 6.819$ bzw. genauer: 6.792,575

b) Gesamtausgaben 2003: 5.032,5

Gesamtausgaben 2008: 7.503,4

$\sqrt[5]{\frac{7.503,4}{5.032,5}} = 1,083 \Rightarrow$ durchschnittliche jährliche Erhöhung der Gesamtausgaben: 8,3%