

Übungsblatt 5: Lineare Gleichungen

Definitionsmenge

Lösungsmenge

Äquivalenzumformungen: $a, b, c \in \mathbb{R}, c \neq 0$

- $a = b \Leftrightarrow a + c = b + c$
- $a = b \Leftrightarrow a \cdot c = b \cdot c$

Lösen von Gleichungssystemen nach

- Gleichsetzungsverfahren
- Einsetzungsverfahren
- Gauß'sche Eliminationsverfahren

Musterbeispiel

$$5x - 3 = 5$$

Lösung

Definitionsmenge: $x \in \mathbb{R}$

1. Addition von 3 auf beiden Seiten der Gleichung

$$5x - 3 = 5 \quad | + 3$$

$$5x - 3 + 3 = 5 + 3 \Rightarrow 5x = 8$$

2. Division durch 5 auf beiden Seiten der Gleichung

$$5x = 8 \quad | :5$$

$$5x/5 = 8/5 \Rightarrow x = 8/5$$

Lösungsmenge: $L = \{8/5\}$

Aufgabe 1

Bestimmen Sie die Definitionsmenge und lösen Sie die folgenden Gleichungen in \mathbb{R} :

a) $7x + 3 = 2x - 2$ b) $3z = 5z$ c) $7u - (11 - 2u) = -3 + u$ d) $7x = 7x + 4$

Aufgabe 2

Lösen Sie die folgenden Gleichungen nach der Variablen in der Klammer auf:

a) $y = k \cdot x + d$ (nach x) b) $R = K \cdot q - A \frac{q-1}{i}$ (nach q) c) $\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = 1$ (nach u)

Aufgabe 3

Gegeben ist die Gleichung $g: 6x - 3y + 9 = 0$.

Formen Sie diese Gleichung zur Form $y = k \cdot x + d$ um und zeichnen Sie den Graphen in einem geeigneten Koordinatensystem. Bestimmen Sie drei Lösungen dieser Gleichung und die Lösungsmenge.

Aufgabe 4

Es wird ein Betrag fest verzinslich zu 6 % bei einer Bank angelegt; zum gleichen Zeitpunkt wird ein weiteres Konto mit einem um € 15 000,- höheren Betrag eröffnet. Der ebenfalls feste Zinsfuß beträgt hier 6,5 %. Nach einem Jahr, indem keine Kontobewegung erfolgte, ist die Gesamtsumme von € 37 225,- erwirtschaftet worden.

Wie hoch sind die Ausgangsbeträge?

Lösungen

Aufgabe 1

a) $D = \mathbb{R}, L = \{-1\}$ b) $D = \mathbb{R}, L = \{0\}$ c) $D = \mathbb{R}, L = \{1\}$ d) $D = \mathbb{R}, L = \{ \}$

Aufgabe 2

a) $x = \frac{y-d}{k}$

b) $q = \frac{R \cdot i - A}{K \cdot i - A}$

c) $u = \frac{v}{v-1}$

Aufgabe 3

$$y = 2x + 3$$

$L = \mathbb{R}$; Lösungen durch Einsetzen

Aufgabe 4

$L = \{(10000, 25000)\}$