

# Übungsblatt 11: Quadratische Gleichungen

## Binomische Formeln:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$$

## Quadratische Gleichung

$$a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$$

## Normalform

$$x^2 + p \cdot x + q = 0$$

## Faktorisierung in Linearfaktoren

$$x^2 + p \cdot x + q = (x - x_1) \cdot (x - x_2)$$

## Lösungsformel

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$$

## Koeffizienten & Lösungen

$$p = -(x_1 + x_2), q = x_1 \cdot x_2$$

### Musterbeispiel

$$3x^2 + 5x = 5$$

### Lösung

1. Gleichung so verändern, dass auf der rechten Seite nur die Zahl Null steht

$$3x^2 + 5x - 5 = 0$$

2. Lösen mithilfe der Lösungsformel

$$x_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-5)}}{2 \cdot 3} \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{85}}{6} \Rightarrow x_1 = \frac{-5 + 9,22}{6} = 0,7 \text{ und } x_2 = \frac{-5 - 9,22}{6} = -2,37$$

Lösungsmenge:  $L = \{0,7; -2,37\}$



### Aufgabe 1

Man bestimme die Lösungsmenge der folgenden Gleichungen:

a)  $x^2 + 5x - 204 = 0$

b)  $9x^2 - 3x - 2 = 0$

c)  $x^2 + 2x + 1 = 0$

d)  $2x^2 + 6x + 18 = 0$

e)  $x^2 - 3x - 10 = 0$

f)  $-5x^2 + 14x + 3 = 0$



### Aufgabe 2

Lösen Sie die folgenden Gleichungen nach der Variablen in Klammer:

a)  $x^2 - b^2 = 0$  (nach  $x$ )

b)  $2ax^2 + 2a^2x - 2a + 2a^2 = 0$  (nach  $x$ )

c)  $a^2 + 2ab - ac = -b^2 + bc$  (nach  $a$ )



### Aufgabe 3

Man löse die folgenden Gleichungen in  $\mathbb{R}$ :

a)  $6 + 7c - (2c - 1)^2 = (3 + 2c) \cdot (-2c + 3) + 7c$

b)  $(x + 2)^2 - 4(2x + 7) = (x - 3) \cdot (x - 2)$

c)  $2 + (x - 3)^2 = (2x - 3) \cdot (x - 2) - (x - 4)^2$

d)  $(x + 7) \cdot (x - 4) = (x + 5) \cdot (x - 2)$



### Aufgabe 4

Man zerlege die folgenden Terme in Linearfaktoren:

a)  $x^2 + 5x - 6$

b)  $3x^2 + 15x + 18$

c)  $3x^2 + 11x - 20$

d)  $-2x^2 - 5x + 3$



### Aufgabe 5

Man gebe eine quadratische Gleichung an, die die Lösungen  $x = -2$  und  $x = 3$  besitzt.



### Aufgabe 6

Ein Händler kauft für 1.080,- € Kaffee. Nach einer Preiserhöhung von 1,- € pro kg bekommt er für denselben Betrag 15 kg weniger.

Wie hoch ist der ursprüngliche Preis? Wie viel kg hat der Händler ursprünglich bezogen?



### Aufgabe 7

Ein Weinhändler bezieht von einer Winzergenossenschaft jedes Jahr einen größeren Posten Wein zu einem Gesamtpreis von 4.800,- €. In diesem Jahr erhöht der Lieferant allerdings den Preis einer Flasche Wein um 0,64 €. Um auch in diesem Jahr nur 4.800,- € auszugeben, senkt der Weinhändler seine Bestellung um 250 Flaschen. Wie hoch war der ursprüngliche bzw. der jetzige Preis einer Flasche Wein? Wie viele Flaschen wurden vor bzw. nach der Preiserhöhung bestellt?



### **Aufgabe 8**

Der Umsatz eines Unternehmens beträgt 2.000.000,- €. Im nächsten Jahr steigt er um einen bestimmten Prozentsatz und geht im Jahr darauf um denselben Prozentsatz zurück. Nunmehr beträgt der Umsatz 1.990.200,- €. Wie groß ist dieser Prozentsatz?

## Lösungen

### Aufgabe 1

a)  $L = \{-17; 12\}$

b)  $L = \{-1/3; 2/3\}$

c)  $L = \{-1\}$

d)  $L = \{ \}$

e)  $L = \{5; -2\}$

f)  $L = \{3; -1/5\}$

### Aufgabe 2

a)  $L = \{-b; b\}$

b)  $L = \{1-a; -1\}$

c)  $L = \{-b+c; -b\}$

### Aufgabe 3

a)  $L = \{1\}$

b)  $L = \{30\}$

c)  $L = \{3\}$

d)  $L = \{ \}$

### Aufgabe 4

a)  $(x + 1) \cdot (x - 6)$

b)  $(3x + 6) \cdot (x + 3)$  bzw.  $(3x + 9) \cdot (x + 2)$  bzw.  $3 \cdot (x + 3) \cdot (x + 2)$

c)  $(x + 5) \cdot (3x - 4)$

d)  $(-2x + 1) \cdot (x + 3)$

### Aufgabe 5

a)  $(x + 2)(x - 3) = 0$  bzw.  $x^2 - x - 6 = 0$

### Aufgabe 6

$p \cdot x = 1080$ ;  $(p+1) \cdot (x-15) = 1080$ ; Lsg.:  $p = 8 \text{ €}$ ;  $x = 135 \text{ kg}$ .

### Aufgabe 7

$x \cdot y = 4800$ ,  $(x + 0,64) \cdot (y - 250) = 4800$ ,

Lsg.: 1500 Flaschen zu 3,2 €, 1250 Flaschen zu 3,84 €

### Aufgabe 8

$2\,000\,000 \cdot (1+p) \cdot (1-p) = 1\,990\,200$ ; Lsg.:  $p = 7 \%$