

Übungsblatt 8: Lineare Gleichungssysteme

Lösen von linearen Gleichungssystemen (LGS) nach

- Gleichsetzungsverfahren
- Einsetzungsverfahren
- GAUSSSchem Eliminationsverfahren
- CRAMERSchem Determinantenverfahren

Musterbeispiel

$$\begin{aligned} 5x - 3y &= 3 \quad (\text{I}) \\ x + 2y &= -2 \quad (\text{II}) \end{aligned}$$

Lösung

Definitionsmenge: $D = \{(x,y) \mid x \in \mathbb{R} \text{ und } y \in \mathbb{R}\}$

Wahl des Verfahrens: GAUSSSches Eliminationsverfahren

1. Multiplikation der Gleichung II mit 5 (Ziel: x mit gleichen Koeffizienten) $x + 2y = -2 \mid \cdot 5$

$$(x + 2y) \cdot 5 = -2 \cdot 5 \Rightarrow 5x + 10y = -10$$

2. Subtraktion der Gleichung II von Gleichung I

$$5x - 3y = 3$$

$$5x + 10y = -10$$

$$5x - 5x - 3y - 10y = 3 - (-10) \Rightarrow -13y = +13 \quad (\text{III})$$

3. Lösen der Gleichung III nach y

$$y = -1$$

4. Einsetzen den Wert für y in Gleichung II (oder I) und nach x lösen

$$x + 2 \cdot (-1) = -2 \Rightarrow x - 2 = -2 \Rightarrow x = 0$$

5. Kontrolle: Einsetzen in Gleichung I (oder II)

$$5 \cdot 0 - 3 \cdot (-1) = 3$$

Lösungsmenge: $L = \{(0; -1)\}$

Aufgabe 1

Lösen Sie die folgenden Gleichungssysteme in $\mathbb{R}^2$:

a) $5x - 3y = 1$

$$3x + 2y = 12$$

b) $6a - 3b + 9 = 0$

$$6a - 10b = -16$$

c) $4x - y = 5$

$$x + y = 10$$

d) $z - 2y = 0$

$$5y - 3z + 9 = 4$$

e) $x - 2y = 3$

$$-2x + 4y = -6$$

f) $-r + 2s = 5$

$$3r - 6s = -14$$

Aufgabe 2

Lösen Sie die folgenden Gleichungssysteme in $\mathbb{R}^3$:

a) $x - y + 2z = 3$

$$3x - 2y + z = 2$$

$$3x + y - z = -6$$

b) $3x - y + 4z = 8$

$$x + y - 3z = 1$$

$$4x - 5y + 2z = 0$$

Aufgabe 3

Es wird ein Betrag fest verzinslich zu 6 % bei einer Bank angelegt; zum gleichen Zeitpunkt wird ein weiteres Konto mit einem um € 15 000,- höheren Betrag eröffnet. Der ebenfalls feste Zinsfuß beträgt hier 6,5 %. Nach einem Jahr, in dem keine Kontobewegung erfolgte, ist die Gesamtsumme von € 37 225,- erwirtschaftet worden. Wie hoch sind die Ausgangsbeträge?

Übungsblatt 8: Lineare Gleichungssysteme

Aufgabe 4

 Eine Geschenckpackung enthält 3 Flaschen Rasierwasser und 4 Flaschen Parfum und kostet € 52,-
Eine andere Packung enthält 4 Flaschen des selben Rasierwassers und 3 Flaschen des selben Parfums und kostet € 50,90.

Wie viel kostet eine Flasche Rasierwasser, und wie viel kostet eine Flasche Parfum?

Aufgabe 5

 Zwei Gefäße enthalten ungleich viel Wasser. Aus dem ersten Gefäß wird so viel Wasser in das zweite gegossen, wie schon drinnen ist. Hierauf gießt man vom zweiten Gefäß so viel in das erste, wie in ihm verblieben ist. Führt man diesen Vorgang entsprechend ein drittes und ein viertes Mal durch, so sind zum Schluss in jedem Gefäß 16 Liter Wasser.

Wie viel Wasser war am Anfang in jedem der beiden Gefäße?

Aufgabe 6

 Im Casino soll die Summe von € 1790,- in 20,- €- und 50,- €-Jetons ausbezahlt werden. Insgesamt sollen 40 Jetons ausgegeben werden.

Wie viele 20,- €- und 50,- €-Jetons werden ausgehändigt?

Aufgabe 7

 In einem Lager befinden sich 6 000 Schrauben, von denen ein Teil zu € 0,05 und ein Teil zu € 0,08 pro Stück eingekauft wurde. Alle Schrauben werden einheitlich zu € 0,07 pro Stück weiterverrechnet. Bei welchen Mengen von den 0,05-€-Schrauben bzw. von den 0,08-€-Schrauben werden durch diesen Verrechnungspreis die Einkaufspreise vollständig weiterverrechnet?

Aufgabe 8

 Gibt A von dem Geld, das er in der Tasche hat, an B € 2,-, so hat B dreimal so viel wie A.
Gibt B an A € 3,-, so hat A dreimal so viel wie B.
Wie viel Geld hat jeder vorher?

Allgemeine Bemerkung

Geben Sie an, welche Variable Sie wofür setzen, d.h. definieren Sie Ihr Vokabular!
Ohne das ist das Rechnen sinnlos, und man kann bestenfalls erraten, was gemeint ist.
Geben Sie auf Textaufgaben eine kurze, aber aussagekräftige Antwort in ein bis zwei Sätzen.
