

Übungsblatt 7: Lineare Funktionen II

$y = f(x)$; $f: D \rightarrow W$ D ... Definitionsbereich, W ... Wertebereich

Geradengleichung (siehe auch Übungsblatt 6, S. 1): $y = k \cdot x + d$
 k ... Anstieg (Steigung), kann auch Null oder negativ sein
 d ... Ordinatenabschnitt

Ökonomische Begriffe

$$K_{\text{ges}}(x) = K_{\text{var}}(x) + K_{\text{fix}}$$

x ... Stückzahl

$K_{\text{ges}}(x)$... Gesamtkosten, von x abhängig

$K_{\text{var}}(x)$... variable (oder proportionale) Kosten, von x abhängig

(= Kosten, die von der Produktionsmenge abhängig sind, z.B. Materialkosten, Stromkosten...)

K_{fix} ... fixe Kosten, von x unabhängig, $K_{\text{fix}} \neq K_{\text{fix}}(x)$

(= Kosten, die entstehen, auch wenn man nichts produziert, z.B. Miete/Pacht, Verwaltung,...)

Musterbeispiel

Ein Betrieb stellte für die letzten beiden Abrechnungsperioden folgende Daten fest:

Periode	1	2
Gesamtkosten (€/Periode)	2000	3000
produzierte Menge (Stk/Periode)	500	1000

Wie lautet die Kostenfunktion dieses Betriebes? Wie hoch sind die fixen Kosten und die variablen Kosten?

Lösung

Gesucht: lineare Funktion $y = k \cdot x + d$ (wobei $K_{\text{ges}} = y$ und $K_{\text{fix}} = d$)

1. Gleichungen mit den Daten aufstellen

In der 1. Periode hat man Gesamtkosten von 2000 € bei einer Produktion von 500 Stück: $K_{\text{ges}}(500) = 2000$. Die Anzahl entspricht der Variablen x , die Kosten der Variablen y , eingesetzt in die Geradengleichung erhält man $2000 = k \cdot 500 + d$

Analog: $K_{\text{ges}}(1000) = 3000 \Rightarrow 3000 = k \cdot 1000 + d$

2. Lösen des linearen Gleichungssystems

$$2000 = k \cdot 500 + d$$

$$3000 = k \cdot 1000 + d$$

$$\Rightarrow k = 2; d = 1000$$

$$K_{\text{ges}} = 2 \cdot x + 1000; K_{\text{var}}(x) = 2 \cdot x; K_{\text{fix}} = 1000$$



Aufgabe 1

Bei Schönwetter sinkt die Temperatur pro 100 Höhenmeter um $0,65$ °C („trockenadiabatischer Temperaturgradient“). In Wiener Neustadt (Seehöhe 265 m) hat es $22,0$ °C.

Welche Temperatur misst man voraussichtlich

*) auf der Hohen Wand bei der Kleinen Kanzel (1065 m)

*) auf der Bergstation der Raxseilbahn (1545 m)

*) auf der Heukuppe, dem Gipfel der Rax (2007 m)?



Aufgabe 2

Eine Baumaschine mit den Anschaffungswert von $60\,000,-$ € soll in acht Jahren voll abgeschrieben werden. Die Abschreibung soll linear erfolgen, d. h. der Abschreibungsbetrag soll sich im Abschreibungszeitraum nicht ändern.

Welche lineare Funktion lässt sich mit dem Buchwert (Restwert) der Maschine in Abhängigkeit von der Zeit aufstellen? Wie hoch ist der Buchwert (Restwert) am Anfang des siebenten Jahres?



Übungsblatt 7: Lineare Funktionen II

Aufgabe 3

Ein Mobilfunk-Betreiber bietet folgende drei Tarifmodelle an:

	Tarif A	Tarif B	Tarif C
Grundgebühr pro Monat	EUR 5,-	EUR 10,-	EUR 25,-
Gesprächsgebühr	EUR/min 0,05	EUR/min 0,02	EUR/min 0,00

Die wesentliche Frage ist nun, welches der drei Tarifmodelle das günstigere ist. Versuchen Sie, mit Hilfe des Funktionsbegriffs eine umfassende Antwort auf diese Frage zu geben, d.h.:

- Stellen Sie für jeden Tarif die Funktionsgleichung auf.
- Zeichnen Sie die Funktionsgraphen in ein gemeinsames Koordinatensystem. Achten Sie dabei darauf, wie sie die Skalierung und die Achsen sinnvoll wählen müssen, um den wesentlichen Sachverhalt anschaulich darzustellen.
- Erklären Sie, was alles aus den Graphen ablesbar ist (Interpretation).
- Inwiefern ist nun Tarif A, Tarif B oder Tarif C günstiger?



Aufgabe 4

In einem Unternehmen soll die Produktion eines neuen Artikels aufgenommen werden. Dazu werden dem Unternehmen alternativ zwei Herstellungsverfahren angeboten, die sich aus Kostensicht wie folgt unterscheiden:

Bei Fertigung nach Verfahren A fallen monatlich fixe Kosten von 6250,- EUR an. Die proportionalen Kosten betragen 0,75 EUR.

Bei Verfahren B ergeben sich 9000,- EUR fixe Kosten monatlich und 0,50 EUR proportionale Kosten.

Es ist ein Fertigungsvergleich durchzuführen. Unter welchen Voraussetzungen ist welches Verfahren günstiger?



Aufgabe 5

Ein Industriebetrieb („Ein-Produkt-Betrieb“) bezieht einen Rohstoff zum Einkaufspreis von 1,50 EUR pro kg. Für die Herstellung einer Mengeneinheit des Fertigproduktes werden jeweils 2 kg des Rohstoffes benötigt.

Weitere variable Kosten pro Mengeneinheit:

Fertigungslöhne	1,70 EUR
Variable Fertigungsgemeinkosten	0,80 EUR
Vertriebsgemeinkosten	0,50 EUR

Fixe Kosten pro Monat:

Fertigungsgemeinkosten	11000,- EUR
Vertriebsgemeinkosten	5000,- EUR
Andere Gemeinkosten	2000,- EUR

Der Verkaufspreis einer Mengeneinheit des Fertigproduktes ist mit 12,- EUR festgesetzt worden. Zu bestimmen ist die Mengeneinheit, ab der das Unternehmen kostendeckend arbeitet: der Break-even-Point (Erlös deckt die Kosten ab). Zusätzlich soll die Gewinnfunktion graphisch dargestellt werden.

Allgemeine Bemerkung

Geben Sie auf Textaufgaben eine kurze, aber aussagekräftige Antwort in ein bis zwei Sätzen.