

Übungsblatt 2: Rechnen mit Summen

Summe

$$\sum_{i=1}^n a_i \stackrel{\text{def}}{=} a_1 + a_2 + \dots + a_{n-1} + a_n$$

$$\sum_{i=m}^n d \cdot a_i = d \cdot \sum_{i=m}^n a_i$$

$$\sum_{i=m}^n (a_i \pm b_i) = \sum_{i=m}^n a_i \pm \sum_{i=m}^n b_i$$

$$\sum_{i=1}^n d = n \cdot d$$

$$\sum_{i=m}^n a_i + \sum_{i=n+1}^p a_i = \sum_{i=m}^p a_i$$

$$\sum_{i=m}^n i = \frac{1}{2} \cdot (n+m) \cdot (n-m+1)$$

(GAUSSsche Summenformel)

Beispiel

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^5 (1+i)^{i-1} &= (1+1)^{1-1} + (1+2)^{2-1} + (1+3)^{3-1} + (1+4)^{4-1} + (1+5)^{5-1} = \\ &= 2^0 + 3^1 + 4^2 + 5^3 + 6^4 = 1 + 3 + 16 + 125 + 1296 = 1441 \end{aligned}$$

Aufgabe 1

Berechnen Sie die folgenden Summen:

$$\sum_{i=1}^8 i$$

$$\sum_{k=1}^6 \frac{1}{k^2}$$

$$\sum_{k=2}^7 (-1)^k \cdot k$$

$$\sum_{k=1}^n \frac{1 + (-1)^{2k}}{2}$$

Aufgabe 2

Vereinfachen Sie die GAUSSsche Summenformel für Summationen ab $i = m = 1$ und berechnen Sie die Summe der natürlichen Zahlen von 1 bis 100.

Aufgabe 3

Stellen Sie die folgenden Ausdrücke mit Hilfe des Summenzeichens dar:

$$\text{a) } x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5} \quad \text{b) } 1 + 0 + 1 + 4 + \dots + (n-1)^2 \quad \text{c) } 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}$$