Sommerkurs Statistik
Prüfung

19.08.2022

Alexander Hirner

Name:

Punkte ab	**Note**
36 - 40	sehr gut
31 - 35	gut
26 - 30	befriedigend
21 - 25	genügend
0 - 20	nicht genügend

Bearbeitungszeit: 60 Minuten
Erlaubte Hilfsmittel: Taschenrechner, Formelsammlung (letzte Seite)

Aufgabe 1 (6 Punkte)

Überlegen Sie sich ein einfaches Beispiel (mit einer Variable **X** und **N=3** Beobachtungen) um die Ungleichung

$$\sum_{i=1}^{n} x_i^2 \neq \big(\sum_{i=1}^{n} x_i\big)^2$$

nachzuweisen.

Aufgabe 2 (5 Punkte)

Sie evaluieren ein Seminar für Führungskräfte, welches die Arbeitszufriedenheit erhöhen soll - hierzu werden die Mitarbeiter vorher und nachher befragt. Bei Ihren Überlegungen gingen Sie davon aus, dass im Falle der Unwirksamkeit des Seminars etwa 50% Verbesserungen und 50% Verschlechterungen (rein aufgrund der Tagesverfassung) stattfinden. Tatsächlich beobachten Sie 15 Verbesserungen (von insgesamt 20 Teilnehmern). Sie erhalten die unten angeführte Ausgabe (Sie benötigen nur den Eintrag *p-value*):

```
Exact binomial test

data:  15 and 20
number of successes = 15, number of trials = 20, p-value = 0.02069
alternative hypothesis: true probability of success is greater than 0.5
95 percent confidence interval:
 0.5444176 1.0000000
sample estimates:
probability of success
                  0.75
```

	stimmt	stimmt nicht
Das Ergebnis wäre signifikant bei α =5%	☐	☐
Das Ergebnis wäre signifikant bei α =1%	☐	☐
Bei einem nicht signifikanten Ergebnis ist es generell zulässig, im Nachhinein ein höheres α festzulegen um doch noch ein signifikantes Ergebnis zu erhalten.	☐	☐

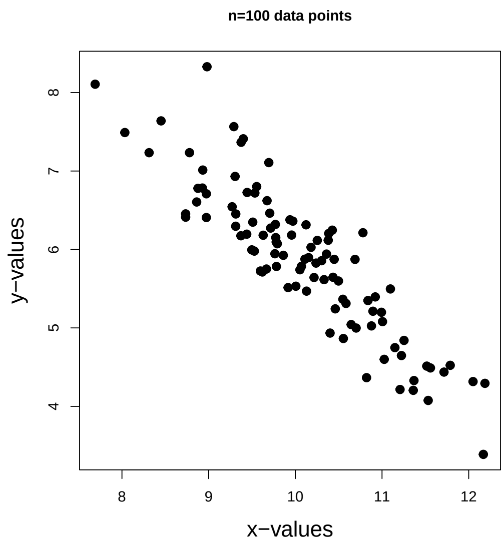
Aufgabe 3 (7 Punkte)

Sie beraten ein Familienunternehmen im Waldviertel, welches Mohnspezialitäten herstellt und in einem angebundenen Verkaufslokal Geschenkboxen als Mitbringsel für Touristen verkauft. Sie interessieren sich für die Fragestellung, ob unterschiedliche Verpackungsdesigns bei den Touristen unterschiedlich beliebt sind. Angeboten werden drei verschiedene Varianten der Geschenkbox (**Design A:** Geschenkkorb, **Design B:** Geschenkbox aus naturbelassenem Fichtenholz, **Design C:** Plastikbox).

Design	Design A	Design B	Design C	**gesamt**
Stück verkauft	101	122	77	**300**

Prüfen Sie die Nullhypothese *Alle Verpackungsdesigns sind gleich beliebt* bei α=5%. Vergessen Sie nicht die finale Testentscheidung (für oder gegen die Nullhypothese).

Aufgabe 4 (5 Punkte)



Welcher Wert für die Korrelation ist in der Abbildung oben der einzig plausible?

- ☐ $r \approx 0.5$
- ☐ $r \approx 0.0$
- ☐ $r \approx -0.25$
- ☐ $r \approx -0.9$
- ☐ $r \approx -1$

Aufgabe 5 - (5 Punkte)

Welche der folgenden Aussagen gelten für den Binomialkoeffizient $\binom{n}{k}$?

	True	False
$\binom{n}{0} = 1$	☐	☐
$\binom{n}{k} = \binom{n-k}{k}$	☐	☐
$\binom{n}{n} = 1$	☐	☐

Aufgabe 6 - (5 Punkte)

Eine Maschine füllt Liköre und Edelspirituosen in Flaschen ab. Die Wahrscheinlichkeit, dass dabei eine Flasche zu Bruch geht, beträgt 2%. Ein Kollege berechnet die Wahrscheinlichkeit für ein Ereignis wie folgt:

$$P(E) = 1 - \sum_{k=6}^{10} \binom{10}{k} \cdot 0.02^k \cdot 0.98^{10-k}$$

Die Wahrscheinlichkeit für **welches Ereignis** wird hier berechnet?

Aufgabe 7 (7 Punkte)

Eine gewisse Krankheit kommt bei ca. 5% einer Bevölkerung vor. Ein Test (den Sie vermarkten sollen) zur Erkennung dieser Krankheit liefert bei einem Kranken zu 98% eine Reaktion - allerdings auch bei 4% der Gesunden. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person mit einem positiven Testergebnis auch tatsächlich an der Krankheit leidet.

Formeln und Tabellen

χ^2-Test für Häufigkeiten

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^{k} \frac{(o_j - e_j)^2}{e_j} \quad \sim \chi^2_{\text{df=k-1}}$$

χ^2-Verteilung - kritische Werte

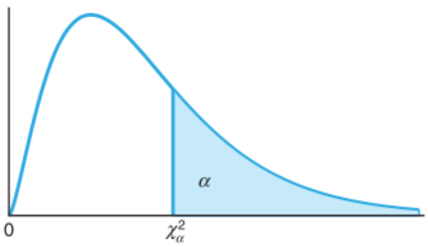


Table A.5 (continued) Critical Values of the Chi-Squared Distribution

	α									
v	**0.30**	**0.25**	**0.20**	**0.10**	**0.05**	**0.025**	**0.02**	**0.01**	**0.005**	**0.001**
1	1.074	1.323	1.642	2.706	3.841	5.024	5.412	6.635	7.879	10.827
2	2.408	2.773	3.219	4.605	5.991	7.378	7.824	9.210	10.597	13.815
3	3.665	4.108	4.642	6.251	7.815	9.348	9.837	11.345	12.838	16.266
4	4.878	5.385	5.989	7.779	9.488	11.143	11.668	13.277	14.860	18.466
5	6.064	6.626	7.289	9.236	11.070	12.832	13.388	15.086	16.750	20.515
6	7.231	7.841	8.558	10.645	12.592	14.449	15.033	16.812	18.548	22.457
7	8.383	9.037	9.803	12.017	14.067	16.013	16.622	18.475	20.278	24.321
8	9.524	10.219	11.030	13.362	15.507	17.535	18.168	20.090	21.955	26.124
9	10.656	11.389	12.242	14.684	16.919	19.023	19.679	21.666	23.589	27.877
10	11.781	12.549	13.442	15.987	18.307	20.483	21.161	23.209	25.188	29.588

Hypergeometrische Verteilung

$$P(k \text{ successes}) = \frac{\binom{K}{k} \cdot \binom{N-K}{n-k}}{\binom{N}{n}}$$

Binomialverteilung

$$P(\text{k Erfolge bei n Durchgängen}) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

Totale Wahrscheinlichkeit & Bayes

$$P(A) = \sum_{n=1}^{k} P(B_k) \cdot P(A|B_k)$$

$$P(B_k|A) = \frac{P(B_k) \cdot P(A|B_k)}{P(A)}$$