Übung 3

S1) Zeigen Sie die Gültigkeit des Satzes von *Schwarz* bei der Funktion $f(x;y) = \cos(x+y) + 3xy$ durch Berechnung der zweiten partiellen Ableitungen.

S2) Differenzieren Sie die Funktion $z = f(x(t);y(t))$ nach dem Parameter t durch direktes Einsetzen und nach der Kettenregel.

$$a)\ z = \mathrm{e}^{x+y} \quad (x = t^2, y = t) \qquad\qquad b)\ z = x^2 \cdot \cos(y) \quad (x = t^2, y = t^3)$$

S3) Gegeben sei die Funktion $f(x;y) = z = (x^2 + y^2)\,\mathrm{e}^{-x}$. Bestimmen Sie die Tangentialebene im Punkt $P(0;1;z)$ an den Graphen der Funktion.

S4) Geben Sie die Jacobi-Matrix der Funktion

$$f(x;y;z) = \begin{pmatrix} 2x + \sin(y) \\ \cos(x^2) + y^2 \\ xy + z \end{pmatrix}$$

in den Punkten $P(1;2;2)$ und $Q(0;-2;1)$ an.

S5) Bestimmen Sie die waagrechten Tangenten der implizit gegebenen Kurve $F(x;y) = x^3 + 2x^2y^2 - 3y = 0$.

S6) Bestimmen Sie die relativen Extremwerte (und deren Art) der Funktionen

$$a)\ f(x;y) = 3x^2y - 2xy + y^2 \qquad\qquad b)\ f(x;y) = \sqrt{x^2 + xy + 1}$$

R1) Das *Widerstandsmoment* W eines rechteckigen Balkens wird nach der Formel $W(b;h) = \frac{bh^2}{6}$ berechnet (b: Breite, h: Höhe). Welche *prozentuale* Änderung erfährt das Widerstandsmoment eines Balkens der Breite $b = 18\text{cm}$ und Höhe $h = 10\text{cm}$, wenn die Breite um 5% vergrößert und die Höhe um 10% verkleinert wird? Führen Sie eine näherungsweise Berechnung mit Hilfe des totalen Differenzials durch!