

Übung 2

S1) Skizzieren Sie jene Punktmenge, die durch die Ungleichungskette

$$3 < |z|^2 + 2 \operatorname{Re}(z) < 4 \operatorname{Im}(z)$$

definiert wird.

S2) Gegeben sind die beiden Wechselspannungen

$$u_1(t) = 100 \cdot \sin(\omega t) \qquad u_2(t) = 150 \cdot \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right)$$

Bestimmen Sie die resultierende Wechselspannung der Überlagerung mit Hilfe der komplexen Rechnung.

S3) Zeigen Sie, dass die Funktionen im Ursprung unstetig sind.

$$a) f(x; y) = \begin{cases} \frac{x^3 y^2}{x^5 + y^5} & (x; y) \neq (0; 0) \\ 0 & (x; y) = (0; 0) \end{cases} \qquad b) f(x; y) = \begin{cases} \frac{x^3 y^2}{x^6 + y^4} & (x; y) \neq (0; 0) \\ 0 & (x; y) = (0; 0) \end{cases}$$

S4) Zeigen Sie die Stetigkeit der Funktion

$$f(x; y) = \begin{cases} \frac{x^2 + y^2}{\sqrt{x^2 + y^2 + 1} - 1} & (x; y) \neq (0; 0) \\ 2 & (x; y) = (0; 0) \end{cases}$$

S5) Berechnen Sie die partiellen Ableitungen der Funktionen.

$$a) f(x; y) = 2xy^2 + e^{\sin(x)} \qquad b) f(x; y) = \frac{x^2 - y^2}{2x + y^2} \qquad c) f(x; y) = \ln\left(\sqrt{x + 2xy}\right)$$
$$d) f(r; \varphi) = \sin(ar + \varphi) \qquad e) f(r; \varphi) = \sin(\varphi) \cos(\varphi + r) \qquad f) f(x; y) = \sqrt{x^2 - 4xy^3}$$

S6) Bestimmen Sie die Richtungsableitung in Richtung \vec{v} mit Hilfe des Differenzialquotienten.

$$a) f(x; y) = x^2 + 3xy \quad , \vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \qquad b) f(x; y) = xy^2 \quad , \vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$