

# Übung 1

S1) Berechnen Sie die folgenden Ausdrücke und geben Sie die Ergebnisse in kartesischer Form an:

$$a) \frac{4\sqrt{3-i}}{(1+i)(-1+i)} \quad b) (2-4i)^2 + \frac{|1-\sqrt{3}i|}{i} \quad c) \frac{(3+i)(\cos(120^\circ) - i \cdot \sin(120^\circ))}{(1-i)^2 \cdot \overline{(2i)}}$$

S2) Gegeben sei die Zahl  $z = 1 + i$ . Stellen Sie die folgenden Operationen geometrisch in der Zahlenebene dar.

$$a) i \cdot z \quad b) \bar{z} \quad c) \frac{z}{i} \quad d) 2 \cdot z \quad e) z^2 \quad f) e^{i \cdot 30^\circ} \cdot z$$

S3) Berechnen Sie die folgenden Potenzen möglichst geschickt.

$$a) (3 - \sqrt{3}i)^4 \quad b) \left(\frac{3-i}{2+i}\right)^3 \quad c) \left[2 \left(\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{3}\right)\right)\right]^{10}$$

S4) Lösen Sie die folgenden Gleichungen.

$$a) z^3 = i \quad b) z^4 = 16 e^{i \cdot 160^\circ} \quad c) x^2 + 4x + 8 = 0 \quad d) x^3 - 3x^2 + 4x - 2 = 0$$

S5) Lösen Sie die Gleichung

$$z^2 - 2(1-i)z - 2i + 1 = 0$$

Hinweis: Es gilt weiterhin die normale Lösungsformel für quadratische Gleichungen.

S6) a) Zeigen Sie die Gültigkeit der Gleichungen

$$|z| = \sqrt{z \cdot \bar{z}} \quad \overline{z_1 + z_2} = \bar{z}_1 + \bar{z}_2 \quad \overline{\left(\frac{1}{z}\right)} = \frac{1}{\bar{z}}$$

b) Zeigen Sie die Gültigkeit der *Parallelogrammregel* für  $z, w \in \mathbb{C}$ . Interpretieren Sie diese geometrisch!

$$|z+w|^2 + |z-w|^2 = 2(|z|^2 + |w|^2)$$

Hinweis: Verwenden Sie Punkt a) und verwenden Sie  $z = a + ib$ .

R1) Skizzieren Sie die Punktmenge in der Zahlenebene, welche durch die gegebene (Un)gleichung festgelegt wird. Verwenden Sie  $z = a + ib$ .

$$a) \left| \frac{z-1-i}{z-2} \right| = 1 \quad b) z\bar{z} < 3(z+\bar{z}) + 1 \quad \text{und} \quad \operatorname{Re}(z) > 0$$